Festa della Matematica

Logo di Stefano Visciglia

CON IL PATROCINIO DELLA REGIONE PIEMONTE
E
DEL COMUNE DI TORINO

GARA PER IL PUBBLICO

8 Gallery – Venerdì 11 marzo 2011

OLIMPIADI DI MATEMATICA

Problema 1 – Cronoscalata 20 punti

Un ciclista scala una montagna alla velocità media di 20 *km/h*, e poi, giunto in cima, gira la bicicletta e ridiscende a valle seguendo esattamente la stessa strada ad una media di 60 *km/h* (si consideri trascurabile il tempo per girare la bicicletta). Qual è la velocità media complessiva (in *km/h*) tenuta dal ciclista durante tutto il suo viaggio?

Problema 2 – Puntuale al lavoro 20 punti

Il signor Pacifico parte da casa sua per andare al lavoro ogni mattina alle 8 precise. Se viaggia a 40 *km/h*, arriva al suo posto di lavoro con 3 minuti di ritardo. Se viaggia invece a 60 *km/h*, arriva 3 minuti in anticipo. Quale velocità media (in *km/h*) dovrebbe tenere il signor Pacifico per arrivare puntuale al lavoro?

Problema 3 – La corsa in edicola 20 punti

Gianni esce di casa per comperare la sua rivista preferita e correndo riesce a fare in media 120 passi al minuto. Al ritorno invece, mentre sfoglia la rivista, cammina in media a 60 passi al minuto. Se in tutto ha camminato per 15 minuti, calcola la distanza in passi della casa di Gianni dall'edicola.

Problema 4 – Una cintura attorno alla terra 25 punti

Immagina la Terra come una sfera perfetta e omogenea, di raggio 6378 *km*, ed immagina una fascia di metallo stretta attorno all'equatore. Ora supponi di allungare di un metro la fascia in modo che si sollevi dalla superficie uniformemente attorno alla sfera. In questo caso ideale, di una Terra liscia e senza ostacoli, di quanti metri si alza la fascia metallica rispetto al suolo? [indicare solo le prime 4 cifre decimali senza approssimare e valutare $\pi = 3{,}1416$]

Problema 5 – Il ciclista in fuga 25 punti

Due ciclisti percorrono una pista circolare lunga 900 *m*, partendo contemporaneamente da due punti diametralmente opposti e girando nello stesso senso. La loro velocità costante è rispettivamente di 39 *km/h* e di 42 *km/h*. Dopo quanti giri il ciclista più veloce raggiunge l'altro corridore?

Problema 6 – Guarda che Luna 25 punti

Una ragazza guarda la Luna piena attraverso un foro circolare praticato in un cartoncino e trova che quando il cartoncino è messo a 90 *cm* dal suo occhio il foro copre esattamente il disco lunare. Stima il diametro della luna (in *km*) se il foro ha un diametro di 8 *mm* e la Luna dista dalla Terra $3{,}8\times10^5$ *km*.

Problema 7 – Traffico in autostrada 35 punti

Percorrendo un tratto autostradale alla velocità costante di 120 *km/h*, un automobilista sorpassa, in 30 minuti, 50 camion che a loro volta marciano a una velocità di 80 *km/h*. Ora, supponendo costanti tutte le velocità in gioco e soprattutto mantenendo costanti i flussi di traffico, quanti camion percorrono quell'autostrada in un'ora? In altre parole: un'ipotetica persona, ferma al lato della strada, quanti camion vedrebbe passare davanti a sé in un'ora?

Problema 8 – Una tavoletta di pongo 35 punti

Una tavoletta di pongo di forma rettangolare viene deformata in modo da aumentarne la larghezza e contemporaneamente diminuirne l'altezza di una stessa percentuale intera x. Al termine della deformazione l'area della tavoletta risulta diminuita di una percentuale compresa fra il 3% e il 5%. Quanti sono i valori possibili per x?

Nota: si approssimi $\sqrt{3}$ con 1,732 e $\sqrt{5}$ con 2,236.

Problema 9 – Il parcheggio 35 punti

Nel nuovo quartiere di *Matelandia* verrà realizzato un grande centro commerciale. Bisogna progettare un grande parcheggio antistante al centro. Il parcheggio avrà forma rettangolare e sarà delimitato da tre lati da una rete lunga *280* metri, mentre il quarto lato sarà costituito dall'edificio commerciale. Quale è l'area massima possibile del parcheggio, espressa in metri quadrati?

Problema 10 – Il vecchio disco 40 punti

Un vecchio disco di musica leggera, a 45 giri (al minuto…!), è inciso nella zona compresa tra i diametri di 18 *cm* e 9 *cm*. e la sua audizione richiede esattamente 4 minuti. Qual è la lunghezza (in *cm*) del percorso che la puntina compie dall'inizio alla fine del disco?

Si immagini che il percorso della puntina sia un insieme di circonferenze concentriche (anziché una spirale archimedea), senza linee di collegamento fra loro, e si valuti $\pi = 3{,}1416$.

Problema 11 – Sfida su Internet 50 punti

Sulla Rete è indetta una sfida: i partecipanti si batteranno a coppie ad eliminazione diretta. Verranno sorteggiate le coppie e, se il numero dei partecipanti è dispari, quello che rimane senza avversario passerà automaticamente il turno senza combattere. Il turno successivo avrà la stessa regola del precedente, finché resterà l'ultima coppia a disputarsi la finalissima.

Si iscrivono al torneo 2011 persone. Si chiede: quante partite verranno giocate in totale?

Problema 12 – Un grande biliardo 50 punti

Una palla da biliardo, inizialmente posta esattamente a metà del lato più lungo - accostata al bordo - di un enorme tavolo rettangolare di 6 metri per 4 metri, viene colpita con una direzione che forma un angolo di 45° rispetto allo stesso lato del tavolo. Supponendo che il colpo sia stato sufficientemente energico, a quale distanza dal punto di partenza del tiro si troverà la palla nell'istante in cui tocca la sua 72ª sponda?

Dare la risposta in millimetri.

Problema 13 – La costruzione della scuola 50 punti

Per promuove lo studio della matematica, nonostante i tempi di crisi, il ministro dell'istruzione ha deciso di finanziare un progetto per costruire una nuova scuola di specializzazione per matematici. Il progetto, che dovrà terminare nel 2012, prevede varie attività, ciascuna delle quali ha una durata ed una serie di attività come prerequisiti che devono essere state completate prima di poter iniziare. Il tutto è riassunto dalla seguente tabella:

attività	**descrizione**	**durata giorni**	**prerequisiti**
A	analisi fabbisogni	40	--
B	dimensionamento servizi	20	A
C	approvazione	10	B
D	progettazione	40	C
E	ricerca ubicazione	60	C
F	progetto esecutivo	50	D,E
G	acquisto terreno	20	E
H	costruzione	200	F,G
I	collaudo	10	H
L	acquisto attrezzature e mobili	20	F
M	installazione attrezzature e mobili	30	I,L
N	preparazione all'inaugurazione	20	M

Se il progetto inizia oggi *11/03/2011*, quale sarà la data minima entro quale sarà terminata l'ultima attività? (per semplicità si supponga di lavorare tutti i giorni dell'anno, compresi i festivi, e si tenga conto del fatto che il *2012* è bisestile). Nella risposta fornire come prime *2* cifre il giorno e come terza e quarta cifra il mese (ad esempio per *5/9/2012* la risposta è *0509*).

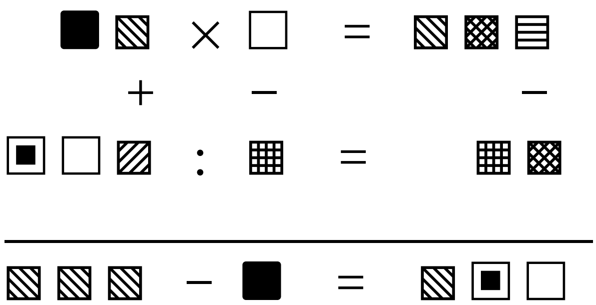
Problema 14 – L'inversione 50 punti

Consideriamo nel piano cartesiano la circonferenza di centro l'origine *O* e raggio $r = 2\sqrt{2}$. L'inverso di un punto *P* nel piano è definito dal punto *Q* che si trova sulla semiretta *OP* di origine *O* e tale che $\overline{OP} \times \overline{OQ} = r^2$. Se il punto *P* percorre il segmento di estremi *A(r,0)* e *B(0,r)*, il punto *Q* si muoverà lungo una curva di cui si chiede di calcolare la lunghezza. Nella risposta fornire le prime *4* cifre del numero esprimente il risultato, senza considerare la virgola decimale (ad esempio per *1,23456*…. si scriva *1234*).

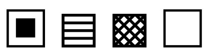
Problema 15 – Il volo attorno al mondo **55 punti**

Un gruppo di aerei è dislocato su una piccola isola. Il serbatoio di ogni aereo contiene carburante sufficiente a consentirgli esattamente mezzo giro del mondo, ma è possibile trasferire quanto carburante si vuole dal serbatoio di un aereo a quello di un altro mentre gli aerei sono in volo. La sola fonte di carburante è sull'isola e si suppone che non venga perduto tempo nel rifornimento sia in aria che al suolo. Qual è il numero minimo di aerei necessario per assicurare il volo di uno di essi per un giro completo attorno al mondo, ammettendo che gli aerei abbiano la stessa velocità costante rispetto al suolo, lo stesso consumo di carburante e che tutti gli aerei rientrino sani e salvi alla base?

Problema 16 – Calcolo enigmatico **60 punti**



A segno uguale corrisponde cifra uguale (e a segno diverso cifra diversa).

Quale numero corrisponde alla stringa  ?

Problema 17 – Lezioni di tennis **60 punti**

Bruno, Carlo, Donato, Flavio, Giorgio e Michele sono istruttori di tennis ed ognuno ha a disposizione un campo. Ognuno ha una sorella che prende lezioni di tennis ogni lunedì alla stessa ora, ma non dal proprio fratello.

Si sa che

1) Le sorelle hanno al femminile gli stessi nomi dei maestri, ma nessuna ha lo stesso nome del proprio maestro; inoltre non ci sono coppie di fratelli con gli stessi nomi (non esistono ad es. Donato-Donata).

2) Per non farsi vedere dai rispettivi fratelli nessuna gioca accanto al campo che è di fianco a quello in cui il fratello tiene il suo corso.

3) In due campi non ci sono mai due coppie con gli stessi nomi.

4) Sul campo 6 giocano Donato e Carla.

5) Il fratello di Carla gioca con Giorgia sul campo 2.

6) Altri due campi sono occupati da Giorgio con la sorella di Bruno e da Bruno con Flavia.

7) Il fratello di Flavia dà lezioni alla sorella di Giorgio.

8) Michela si allena nel campo successivo a quello dove gioca la sorella di Michele.

9) Giorgio gioca due campi dopo Flavia.

In quali campi giocano nell'ordine Bruna, Donata, Flavia e Michela (formando un numero di 4 cifre)?

Problema 18 – Il problema di Giuseppe 65 punti

Giuseppe vive in un paese che conta esattamente 2011 abitanti molto superstiziosi. Il grande astrologo del paese ha previsto che tra pochi giorni gli extraterrestri sbarcheranno e faranno prigionieri tutti gli abitanti. Il sindaco, per non cadere in mano agli extraterrestri, ha ordinato un suicidio collettivo che si svolgerà nel seguente modo. Tutti gli abitanti si recheranno in un campo e si disporranno su una enorme circonferenza. Numeriamo gli abitanti in senso antiorario a partire dal sindaco che sarà il numero 1. Verrà uccisa una persona sì ed una no lungo la circonferenza fino a quando ne rimarrà una sola. Quindi verranno inizialmente uccise le persone di posto 2,4,6,… e così via. Giuseppe che è un matematico non crede a queste cose e, per salvarsi, calcola in quale posizione sulla circonferenza dovrà mettersi per essere l'ultimo a sopravvivere. Quale posizione dovrà occupare Giuseppe?

Problema 19 – Facendo origami 80 punti

Il piccolo Gigetto è un appassionato di origami. Giocando con la carta egli ritaglia un triangolo con i lati che misurano 34 *cm*, 30 *cm* e $8\sqrt{13}$ *cm*. In seguito congiunge con tre segmenti i punti medi dei tre lati e piega la carta lungo tali segmenti, ottenendo una piramide a base triangolare. Quanto misura il suo volume in cm^3?

Problema 20 – Un lungo periodo 100 punti

Il minimo numero intero positivo n tale che $10^n - 1$ è divisibile per 2011 è 670: da questo segue che il periodo del numero decimale 1/2011 ha 670 cifre. Quanto vale la somma di queste cifre?