



Logo di Stefano Visciglia

**CON IL PATROCINIO DELLA REGIONE PIEMONTE
E
DEL COMUNE DI TORINO**

GARA PER IL PUBBLICO

8 Gallery – Venerdì 20 marzo 2009

OLIMPIADI DI MATEMATICA

Problema 1 – Aritmetica Marziana

25 punti

I Marziani hanno imparato ad utilizzare le nostre cifre 0, 1, 2, 3 ... e così via, ma ogni volta che trasmettono le loro somme con la radio interplanetaria sembra che i risultati siano tutti sbagliati! Molte somme usano simboli “extra” che noi non conosciamo. Questa somma “marziana” è invece composta da simboli che noi conosciamo:

$$18 + 9 = 22$$

Quante dita (o quanti tentacoli) presumi che abbia un marziano?

Problema 2 – I dadi

20 punti

Lanciando a caso due dadi 18000 volte, quante volte, in media, si può prevedere che si presenterà una somma dei numeri delle due facce superiori uguale a 8?

Problema 3 – La pozione magica

35 punti

Un siero magico deve avere una densità di $0,5 \text{ g/cm}^3$. Un giovane mago mescola 100 ml di un liquido di massa 50 g con 60 ml di acqua e 120 ml di un liquido sconosciuto di colore rosso, ottenendo un miscuglio con la giusta densità. Qual è la massa di 1 litro del liquido rosso adoperato, espressa in grammi?

Problema 4 – Il salvadanaio

15 punti

Pino e Daniele sono due fratelli che hanno entrambi un salvadanaio. Lo rompono e ci trovano rispettivamente $20,80 \text{ €}$ e $69,46 \text{ €}$. La mamma aggiunge di suo quanto ha nel borsellino in quel momento, dividendo esattamente la cifra in due. Curiosamente, dopo aver aggiunto i soldi regalati dalla mamma, Daniele si ritrova con una somma esattamente doppia di quella del fratello Pino. Quanti soldi, espressi in centesimi di euro, aveva in tutto la mamma nel suo borsellino?

Problema 5 – L' osservatorio astronomico

40 punti

Cinque compagni di classe vogliono andare la notte all'osservatorio astronomico per vedere le stelle cadenti, allora si sentono al pomeriggio per mettersi d'accordo. I messaggi che si scambiano sono i seguenti:

A Carla piace Marco quindi se lui va all'osservatorio ci va anche lei.

Carla e Marta vorrebbero andare all'osservatorio, ma hanno litigato e quindi se va una non va l'altra.

Paola ha detto che la notte starà con Marta.

Qualcuno all'osservatorio ci sarà senz'altro, Paola o Michele ci vanno.

Se Michele va all'osservatorio, ci vanno anche Marco e Marta.

..... ma allora chi va all'osservatorio e chi no?

Tenendo conto della seguente assegnazione:

Marco := 300, Carla := 400, Marta := 500, Paola := 2000, Michele := 1000 ,

si dia la risposta come somma dei numeri corrispondenti alle persone che vanno all'osservatorio.

Problema 6 – Il fattorino

50 punti

Un fattorino deve consegnare 4 diversi pacchi, uno blu, uno rosso, uno dorato ed uno argentato a 4 diverse persone: sig. Antonelli, sig. Bianchi, sig. Cellini, sig. Donati. Questi abitano ognuno in una via diversa fra via Garibaldi, via Mazzini, via Mameli e via Cairoli. I pacchi hanno costi diversi: 20 €, 30 €, 40 € e 50 €.

Le informazioni consegnate al fattorino sono le seguenti:

- Il pacco da 40 € deve essere portato in v. Mazzini.
- Il pacco blu deve essere portato in v. Cairoli.
- Il sig. Donati non ha speso né 20 €, né 40 €.
- La spesa del signore che abita in v. Garibaldi è più alta del prezzo del pacco rosso.
- Il pacco argentato costa 10 € più di quello che deve essere portato in v. Cairoli.
- I pacchi dei signori Bianchi e Cellini sono di colore metallico e costano più di quello del signor Donati.
- Il signor Cellini ha speso meno del signor Bianchi.

Aiutiamo il povero fattorino ad organizzare il suo giro!

La risposta va data nel seguente modo:

ai pacchi sono associati numeri: blu – 1, rosso – 2, dorato – 3, argentato – 4; quindi nel dare la risposta si devono indicare le cifre che corrispondono ai colori dei pacchi secondo la sequenza: pacco del sig. Antonelli, pacco del sig. Bianchi, pacco che va consegnato in via Mameli e infine quello che costa 40 €.

Problema 7 – E' bello giocare a carte, ma...

50 punti

Quattro giocatori di carte usano un mazzo composto da 40 carte, 10 per ogni segno. Dopo averle mescolate il primo giocatore, che è Marco, riceve 10 carte..... gli altri attendono. Marco dice che è strano, ma non ha ricevuto nessuna carta di cuori (nel mazzo ce ne sono 10). Ora è il turno di Paola, la seconda giocatrice. Paola si chiede qual è la probabilità che anche lei non riceva nessuna carta di cuori. Fornire come soluzione il numeratore della frazione, irriducibile, che esprime la suddetta probabilità.

Problema 8 – Un po' di geometria

25 punti

Sia ABC un triangolo Equilatero e DEF un altro triangolo equilatero in esso inscritto con AB perpendicolare ad ED. Qual è il rapporto fra le aree di ABC e DEF ?

Problema 9 – Un po' di algebra**25 punti**

Scrivere le prime 4 cifre (senza tener conto dell'eventuale virgola) della soluzione maggiore dell'equazione $1 + 1/(1 + 1/(1 + 1/x)) = x$.

Problema 10 – Diamo i numeri? No, le cifre!**25 punti**

Da quante cifre decimali e' composto il numero $5^{2009} \cdot 16^{502}$?

Problema 11 – Data fatale**20 punti**

L'11 settembre 2001 era un martedì. Che giorno era l'11 gennaio 2004? (rispondere con lunedì = 1, martedì = 2, ecc..)

Problema 12 – Ladro gentiluomo**25 punti**

Arsenio Lupin vuole rubare la corona della regina di Inghilterra. Una volta aperta la cassaforte trova 20 corone uguali, una è quella vera e le altre sono solo delle copie. La cattiva notizia è che per uscire da dove è entrato non può prenderle tutte e ha solo 4 minuti per scegliere quella giusta. La buona notizia è che ha con sé una bilancia a piatti e sa che quella vera è più pesante delle altre, le quali hanno tutte lo stesso peso. Qual è il numero minimo di pesate che sicuramente (escludendo casi fortuiti) gli permettono di scoprirla?

Problema 13 – Maestre e caramelle !**15 punti**

In una classe ci sono 30 alunni. La maestra li divide in 5 squadre di 6 alunni e poi organizza una gara a squadre. Alla fine della gara distribuisce caramelle a tutti gli alunni in modo che ogni componente dell'unica squadra vincitrice riceva il doppio delle caramelle rispetto agli alunni delle rimanenti squadre. Sapendo che in tutto la maestra distribuisce 540 caramelle, quante caramelle riceve ogni vincitore?

Problema 14 – Le perle del Rajah**35 punti**

Un Rajah, morendo, lasciò alle figlie un certo numero di perle ordinando che fossero suddivise nel seguente modo: la figlia maggiore avrebbe avuto una perla e un settimo delle rimanenti. La seconda avrebbe avuto due perle ed un settimo di quelle che rimanevano, la terza figlia avrebbe avuto tre perle ed un settimo di quelle che rimanevano e così via. L'ultima si lamentò che la suddivisione non fosse equa, ma in realtà a ciascuna figlia toccò lo stesso numero di preziosi.

Quante erano le perle totali?

Problema 15 – Problemi da ... bagnanti**30 punti**

Mario e Gino si trovano sulla riva di una spiaggia rettilinea alla distanza di 2,5 Km l'uno dall'altro. Due barche H e K si trovano nel tratto di mare compreso tra i due (cioè compreso tra le due semirette perpendicolari alla spiaggia e passante per i due punti di osservazione). Mario vede la barca H sotto un angolo di 60° e la K sotto un angolo di 30° , Gino vede la barca K sotto un angolo di 60° e la barca H sotto un angolo di 30° . A quale distanza (in *metri*) si trovano le due barche?

Problema 16 – Il rettangolo “attuale”**35 punti**

Nadia ha perso una pagina dei suoi appunti di matematica. Sul foglio perso c'era un problema con un rettangolo. Nadia ricorda che i lati del rettangolo avevano lunghezza espressa da due numeri interi e la diagonale era uguale a $\sqrt{2009}$. Sapresti aiutarla a trovare il perimetro del rettangolo?

Problema 17 – Differenza di quadrati**50 punti**

Il numero 2009 si può scrivere come differenza di due quadrati di numeri interi positivi in più modi diversi, ossia l'equazione $x^2 - y^2 = 2009$ ammette più di una coppia di soluzioni intere. Quanto vale la somma di tutti gli x e y che sono soluzioni della precedente equazione?

Problema 18 – I numeri primi con 2009**40 punti**

Quanti sono i numeri interi positivi e minori di 2009 tali che il loro massimo comun divisore con 2009 sia uguale ad 1?

Problema 19 – Scelta del fidanzato**70 punti**

Cinzia è alla ricerca di un fidanzato e si è iscritta ad una agenzia matrimoniale. Le verranno presentati cinque ragazzi in cinque serate diverse: alla fine di ogni serata potrà decidere se scegliere il ragazzo che ha incontrato oppure scartarlo. Se ne scarta uno non le è più consentito di prenderlo in considerazione. Per aver la maggior probabilità possibile di scegliere il migliore adotta questa strategia: decide di lasciar passare comunque i primi due e scegliere tra i successivi il primo che risulti migliore di tutti quelli che lo hanno preceduto. Che probabilità ha di scegliere il migliore? (esprimere il risultato considerando le prime quattro cifre decimali).

Problema 20 – Per chi bacia da dio...!**25 punti**

Apollo nota Dafne da una distanza di 12114 m (vede da dio...!) e le corre incontro alla velocità costante di 12 m/s (corre da dio...!). Dopo 5 secondi, Dafne si accorge di Apollo (vede da ninfa...!) e fugge, senza troppa convinzione (!), alla velocità costante di 6 m/s . Dopo quanti secondi Apollo riuscirà a strapparle un bacio?